新北市私立格致高級中學
113學年度第二學期數學科
校內公開觀課

說課

王重山 114.4.23

背景說明

班級：高中部普一孝班（數A組）

人數：16人

分組：4人一組，分成4組

課程：指對數在家庭教育中應用

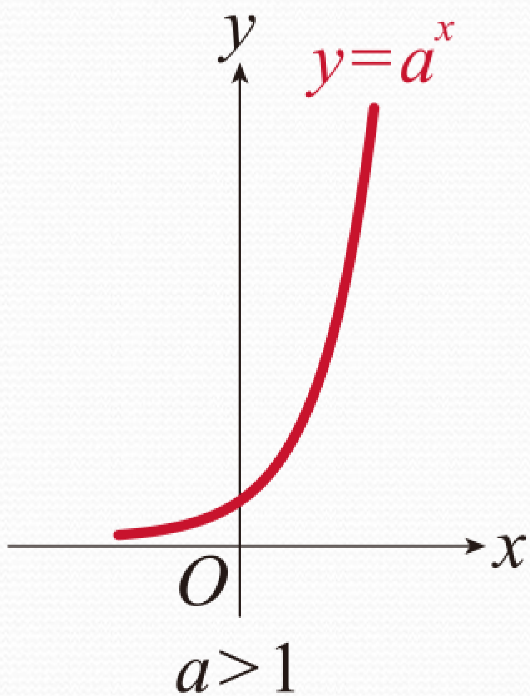
設計：『理財』為在家庭教育知識重要一環，就必須瞭解銀行『利息』計算方式，而『複利』是較為複雜的『指數函數』，同時如要解決較複雜指數，就必須使用『對數』技巧。

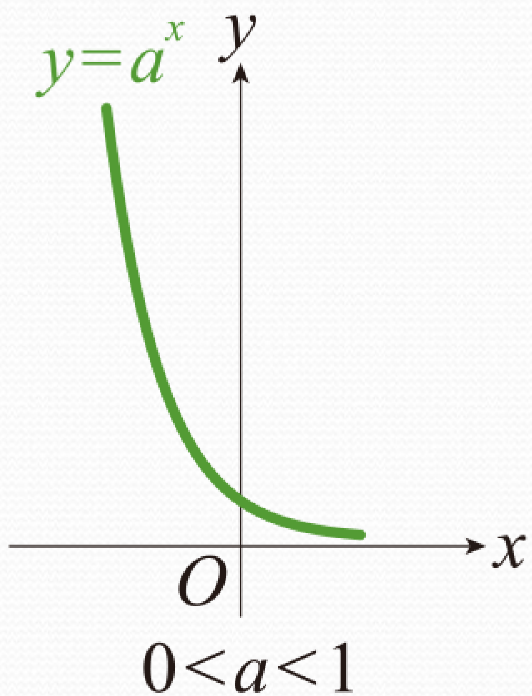
說課

- 說教材
- 說教法
- 說學法
- 說教學程序

說教材

指數函數的圖形





指數函數 $y=a^x$ 的圖形有以下的特徵：

(1) 因為 $a^0=1$，所以圖形會過點 (0 , 1)。

(2) 圖形都在 x 軸上方。

(3) ① 當 $a>1$時，圖形由左往右逐漸上升，即 x 愈大，y 愈大

（也就是說，若 $\alpha>\beta$，則 $a^{\alpha}>a^{\beta}$），並稱這樣的函數為**嚴格遞增函數**。

② 當 $0<a<1$時，圖形由左往右逐漸下降，即 x 愈大，y 愈小

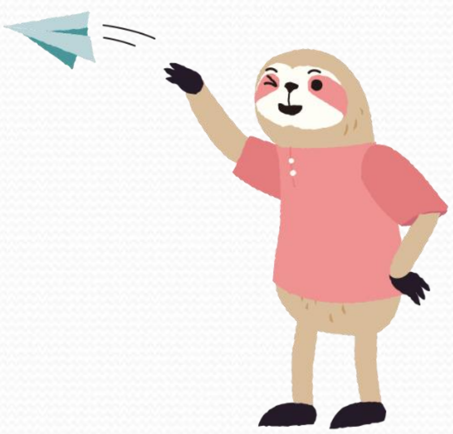
（也就是說，若 $\alpha>\beta$，則 $a^{\alpha}<a^{\beta}$），並稱這樣的函數為**嚴格遞減函數**。

(4) 函數 $y=a^x$ 和 $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ 的圖形對稱於 y 軸。

對應課本P. 86

說教法

利用這個特性可以來比較實數指數的大小
。



對應課本P.

例題

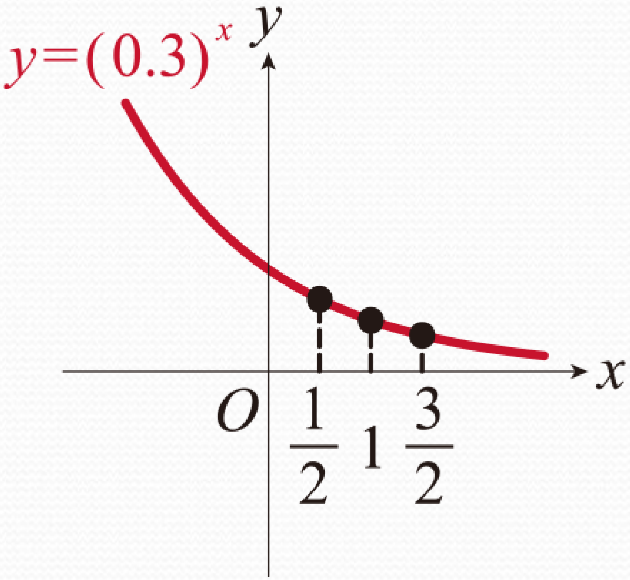
5. 利用指數函數嚴格遞增（減）的特性，比較 $a=\sqrt{0.3}$, $b=(0.09)^{0.5}$, $c=\left(\frac{10}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 三數的大小關係

解：將以上三數都化成以 0.3 為底數的指數：

$$a=\sqrt{0.3}=(0.3)^{\frac{1}{2}}$$

$$b=(0.09)^{0.5}=\left((0.3)^2\right)^{0.5}=(0.3)^1$$

$$c=\left(\frac{10}{3}\right)^{-\frac{3}{2}}=\left((0.3)^{-1}\right)^{-\frac{3}{2}}=(0.3)^{\frac{3}{2}}$$



因為 $y=0.3^x$ 是嚴格遞減函數

且 $\frac{1}{2}<1<\frac{3}{2}$，所以 $a>b>c$。

對應課本P.

說學法

再來看一個按比例成長的應用情形。

同學過年領到的壓歲錢常被存入銀行，而銀行常提供的利息計算方式有單利與複利兩種，

這兩種的不同在於：單利是將所獲得的利息與本金分開，每期所領取的利息固定，如銀行的「存本取息」制；

複利則是把每期所獲得的利息加上本金，一起當作下一期的本金，如「整存整付」制。

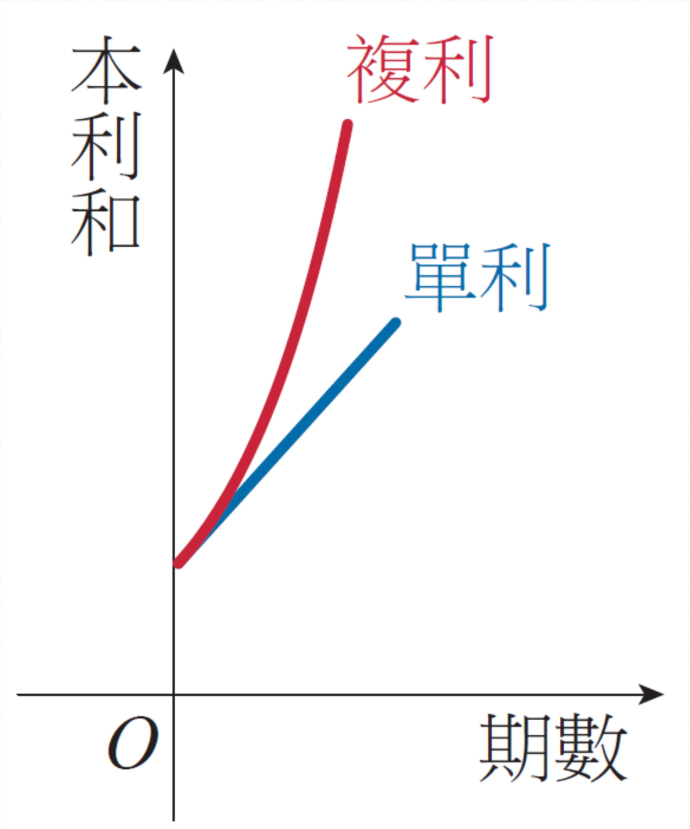
例如：某定存年利率為10%，已知本金為 10 萬元，以一年為一期，不同期數的本利和如下表（單位：萬元）。

時間	以單利計算本利和	以複利計算本利和
1 年後	$10(1+10\%)=11$	$10(1+10\%)=11$
2 年後	$10(1+10\%\times 2)=12$	$11\times(1+10\%)=10(1+0.1)^2=12.1$
3 年後	$10(1+10\%\times 3)=13$	$12.1\times(1+10\%)=10(1+0.1)^3=13.31$
⋮	⋮	⋮
n 年後	$10(1+10\%\times n)$	$10(1+0.1)^n$

對應課本P.

以單利計算時，本利和隨著時間以線性成長；而以複利計算時，本利和隨著時間以指數成長，如圖所示。

愛因斯坦曾說：「複利的威力勝過原子彈！」不少信用卡的循環利率都是複利計算。指數成長的複利，其威力不容小覷。



一般而言，設本金為 P 元，每期的利率為 $r\%$，
單利與複利的本利和的計算方法如下表。

時間	以單利計算的本利和	以複利計算的本利和
n 期後	$P(1+r\% \cdot n)$	$P(1+r\%)^n$

對應課本P.

例題

8. 某銀行推出青年創業優惠貸款方案如下：
貸款 100 萬元、年利率為 3%、每年計息一次，
十年後期滿一次還清本利和。
(1) 以單利計息，期滿還款時須還多少錢？
(2) 以複利計息，期滿還款時須還多少錢？
（四捨五入到整數位）

解：

(1) 十年後單利的本利和為

$100(1+3\%\times10)=100(1+0.3)=130$（萬元）

。

(2) 十年後複利的本利和為

$100(1+3\%)^{10}=100(1.03)^{10}$（萬元）。

1.03 x^y 10 = × 1000000 =

$100(1.03)^{10}$ (萬元) ≈ 1343916

對應課本P.

計息週期（多久複利一次）	一年的期數 n	每期的利率 $\frac{100\%}{n}=\frac{1}{n}$	一年（n 期）的本利和 $1\times\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
一　年	1	1	$(1+1)^1=2$
半　年	2	$\frac{1}{2}$	$\left(1+\frac{1}{2}\right)^2=2.25$
一　季	4	$\frac{1}{4}$	$\left(1+\frac{1}{4}\right)^4\approx2.4414$
一個月	12	$\frac{1}{12}$	$\left(1+\frac{1}{12}\right)^{12}\approx2.61304$
一　週	52	$\frac{1}{52}$	$\left(1+\frac{1}{52}\right)^{52}\approx2.69260$
一　天	365	$\frac{1}{365}$	$\left(1+\frac{1}{365}\right)^{365}\approx2.71457$
半　天	730	$\frac{1}{730}$	$\left(1+\frac{1}{730}\right)^{730}\approx2.71642$
一小時	8760	$\frac{1}{8760}$	$\left(1+\frac{1}{8760}\right)^{8760}\approx2.71813$
一分鐘	525600	$\frac{1}{525600}$	$\left(1+\frac{1}{525600}\right)^{525600}\approx2.71828$

對應課本P.

由上表可看到，計息次數愈多，
本利和愈大，而且會趨近 2.718⋯；
事實上，當一年內計息次數愈來愈多次時，
本利和並不會無上限的愈來愈大，
而會趨近一個固定的常數，我們將這個常數記做 e 。

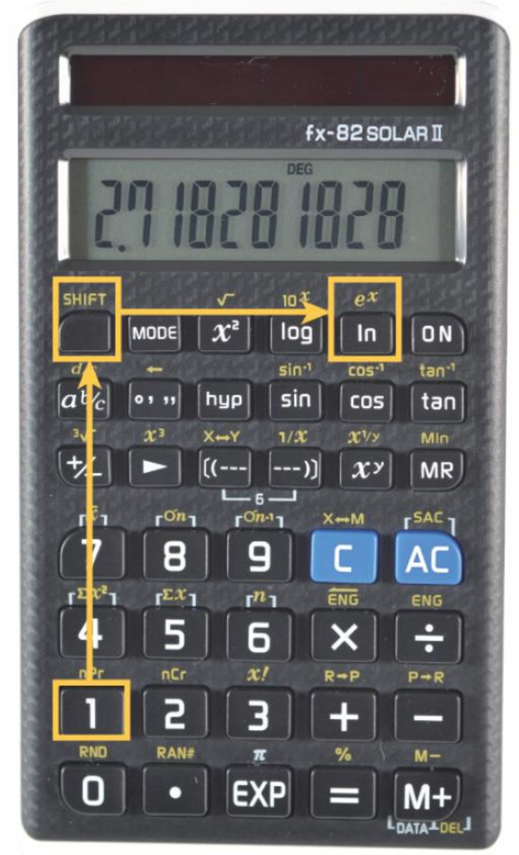
也就是說，當 n 愈來愈大時，

本利和 $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ 會趨近常數 $e \approx 2.718281828$。

利用計算機依序按下 1 SHIFT e^x

如圖所示，

就可得到 $e \approx 2.718281828$。



不同的計算機型按鍵的順序可能有些許差別，而計算機的型號太多，無法一一列舉，同學可自行參照各計算機的使用說明書。

對應課本P.

說教學程序

- 數學教育家波利亞在他的著作怎樣解題中提出了解題的四大步驟：

  一、了解問題。

  二、擬訂計劃。

  三、執行計劃。

  四、驗算與回顧。